

基于 ESOP 最大加权输出相容类的 可逆电路综合方法

卜登立

(1. 井冈山大学电子与信息工程学院, 江西吉安 343009;
2. 流域生态与地理环境监测国家测绘地理信息局重点实验室, 江西吉安 343009)

摘 要: 充分挖掘乘积项在多个函数输出之间的共享因素来降低可逆电路的量子成本是基于积之异或和 (Exclusive-Sums-Of-Products, ESOP) 的可逆电路综合方法要解决的一个重要问题. 提出一种基于最大加权输出相容类的可逆电路综合方法. 该方法先借助零抑制多输出决策图对立方体集合进行输出等价类划分, 并采用贪心策略计算最大加权输出相容类, 然后对最大加权输出相容类进行综合, 以使混合极性多控制 Toffoli 门以及可逆子电路在尽可能多的输出变量线之间共享. 通过立方体聚类挖掘等价类中立方体间的结构相似性, 并对文字数较多的立方体实施分解, 进一步降低可逆电路的量子成本. 使用 RevLib 多输出函数对所提出方法进行了验证, 结果表明所提出方法可以很好地挖掘乘积项在多个函数输出之间的共享因素, 能够降低由 ESOP 综合所得可逆电路的量子成本, 并且具有较高的时间效率.

关键词: 可逆电路; 逻辑综合; 积之异或和; 输出相容; 零抑制多输出决策图

中图分类号: TP387, TP391.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)08-1866-10

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.08.010

Reversible Circuit Synthesis Method Based on Maximum Weighted Output-Compatibility Class of ESOP

BU Deng-li

(1. School of Electronics and Information Engineering, Jinggangshan University, Ji'an, Jiangxi 343009, China;
2. Key Laboratory of Watershed Ecology and Geographical Environment Monitoring, NASG, Ji'an, Jiangxi 343009, China)

Abstract: Reducing quantum cost of reversible circuit by exploiting sharing of product terms among multiple function outputs is one crucial problem to be solved for ESOP (Exclusive-Sums-Of-Products) based reversible circuit synthesis. A maximum weighted output-compatibility class based reversible circuit synthesis method is proposed. The proposed method first partitions cubes set into several output-equivalence classes by utilizing zero-suppressed multiple-output decision diagram, and obtains maximum weighted output-compatibility class by using greedy strategy, then synthesizes the maximum weighted output-compatibility class to share mixed-polarity multiple-control Toffoli gates and reversible sub-circuits among as many output variable lines as possible. In order to further reduce quantum cost, the proposed method clusters cubes in equivalence class by exploiting structural similarity among cubes, and decomposes those cubes that have more literals. The proposed method is validated by using several RevLib multi-output functions. Results show that the proposed method can fine exploit sharing of product terms among multiple function outputs, can reduce quantum cost of reversible circuit synthesized from ESOP, and has high time efficiency.

Key words: reversible circuit; logic synthesis; exclusive sums of products; output-compatibility; zero-suppressed multiple-output decision diagram

收稿日期: 2017-08-07; 修回日期: 2018-03-02; 责任编辑: 马兰英

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 61640412, No. 61762052); 江西省教育厅科技计划项目 (No. GJJ160746); 流域生态与地理环境监测国家测绘地理信息局重点实验室资助课题 (No. WE2016012); 江西省自然科学基金 (No. 20171BAB202010); 井冈山大学博士科研启动项目 (No. JZB1803)

1 引言

可逆计算是信息无损的计算模式,能够实现理论上的近似零功耗^[1],因此在纳米技术、极低功耗设计等新兴技术领域有着重要应用.由于量子计算的固有可逆性,可逆逻辑成为量子计算机的基本部件以及量子电路模型的核心部分^[2],可逆电路综合也被视为量子电路综合中的一个必要阶段^[3].这使得可逆电路综合的研究得到了越来越广泛的关注.

在现有可逆电路综合方法中,从所采用的函数表示模型来看,有基于轮换的可逆电路综合方法,如文献[4]的构造式综合方法以及文献[5]的基于汉明距离递减变换的综合方法,还有基于决策图(Decision Diagram, DD)和基于积之异或和(Exclusive-Sums-Of-Products, ESOP)的可逆电路综合方法.基于轮换的可逆电路综合方法要求待综合函数是可逆函数,对于不可逆函数,虽然可以将其嵌入到可逆函数,但不可逆函数的最优嵌入问题是 coNP 难问题^[6].基于 DD 和基于 ESOP 的可逆电路综合方法无需事先将不可逆函数嵌入到可逆函数,并且能够很好地处理超过 100 个输入变量的函数,因此引起了人们较多的兴趣.基于 DD 的可逆电路综合方法通过将结点函数综合为可逆子电路实现可逆电路的综合,如文献[7]采用二元决策图、文献[8]采用正 Davio 决策图以及文献[9]采用 Kronecker 功能决策图进行可逆电路的综合. DD 中结点的共享使得基于 DD 的可逆电路综合方法能够得到量子成本较低的可逆电路,但由于可逆电路中不允许存在扇出与反馈,因此需使用大量辅助线来缓存由共享结点综合所得可逆子电路的计算结果,由于量子电路中的每一条线均需由一个量子位表示,而量子位是一种非常有限的硬件资源^[10],从而导致这一类方法的实际效用被削弱. ESOP 的乘积项可以直接映射为混合极性多控制 Toffoli (Mixed-Polarity Multiple-Control Toffoli, MPMCT) 门^[3],对于一个 n 输入/ m 输出的布尔函数,基于 ESOP 的可逆电路综合方法使用 $n+m$ 条线来构建可逆电路^[11],而启发式的不可逆函数嵌入方法所得可逆函数的输出数也近似为 $n+m$ ^[12],可见当待综合函数为不可逆函数时,基于 ESOP 的可逆电路综合方法具有一定的优势.近几年来,在使用 $n+m$ 条线构建可逆电路时,如何降低由 ESOP 综合所得可逆电路的量子成本得到了较多的研究,如文[13]面向综合前优化进行研究,通过对函数进行变形并适当插入 MPMCT 门来获得具有较低量子成本的 ESOP;文献[14]通过对立方体进行变形来减少 ESOP 乘积项的字数,从而降低量子成本,对立方体进行变形减少字数也可以看作是一种综合前优化方法.对于多输出函数,通过挖掘 ESOP 乘积项在多个

输出之间的共享因素,实现 MPMCT 门以及可逆子电路在多条输出变量线间的共享,从而降低量子成本也是基于 ESOP 的可逆电路综合方法要解决的一个重要问题.文献[15]通过对函数输出变量进行配对来挖掘乘积项在 2 个函数输出之间的共享因素,尽管能够得到比其他方法更好的结果,但却存在一定的局限性,因为当 $m>2$ 时,该文方法无法挖掘乘积项在超过 2 个函数输出之间的共享因素.

本文针对 n 输入/ m 输出的多输出函数,提出基于 ESOP 最大加权输出相容类的可逆电路综合方法.该方法先借助零抑制多输出决策图(Zero-suppressed Multiple-Output Decision Diagram, ZMODD)对 ESOP 覆盖进行输出等价类划分,并计算最大加权输出相容类来挖掘乘积项在多个函数输出之间的共享因素,以实现 MPMCT 门与可逆子电路在尽可能多的输出变量线之间的共享;对等价类中的立方体进行聚类来提取公因子,并对文字数较多的立方体进行分解,进一步降低可逆电路的量子成本.介绍了方法的实现思想,给出了算法描述,使用 RevLib^[16]多输出函数对算法进行了验证,并与 RevKit2.0^[17]可逆电路逻辑综合工具中的 ESOP 可逆电路综合方法以及其他基于 ESOP 的可逆电路综合方法的结果进行了比较.

2 MPMCT 门以及量子成本模型

MPMCT 门包括 $l(l \geq 0)$ 条控制线和一条目标线,控制线可以是正极性也可以是负极性^[3]. l 条控制线的组合功能构成了一个乘积项,如果目标线的值为 1,则将乘积项的结果取反. Toffoli 门、CNOT 门和 NOT 门都属于 MPMCT 门,图 1 给出了 MPMCT 门、Toffoli 门、CNOT 门以及 NOT 门的示意图,其中“ \oplus ”表示异或运算,其所在的线为目标线,其余线为控制线,符号“ \bullet ”表示正极性,“ \circ ”则表示负极性.量子电路和可逆电路中的线具有时序语义^[10],负极性控制只是表示在该 MPMCT 门实施运算时,暂时将所在线的值取反,但并不影响之前以及之后该线上的值.

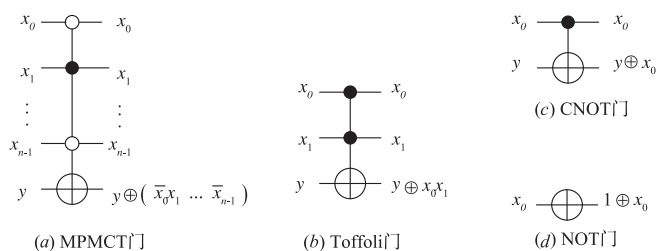


图1 MPMCT 门图例

本文所采用的 MPMCT 门的量子成本模型是将 MPMCT 门映射为基于 NCV 量子门库的量子电路时所

需的量子门数^[3],并使用控制线数 l 来表述 MPMCT 门的量子成本. 对于控制线数为 l 的 MPMCT 门,如果至少有一条正极性控制线,那么其量子成本如表 1 所示^[18]. 表 1 中的 c_1 表示条件 $2l-1 \leq M$, c_2 表示条件 $l+2 \leq M$, M 为可逆电路中的线数. 当 $l=7$ 时,如果 $\neg c_1 \wedge c_2$ 成立,那么该 MPMCT 门的量子成本为 100 ^[18],这是 $l \geq 5$ 时的一个特例.

表 1 MPMCT 门量子成本模型

控制线数	量子成本		
	c_1	$\neg c_1 \wedge c_2$	$\neg c_1 \wedge \neg c_2$
0,1	1		
2	5		
3	13		
4	26	29	
l	$12(l-2)+2$	$24(l-3)+8$	$2^{l+1}-3$

当 MPMCT 门的所有控制线均为负极性控制线时,如果控制线数 $l \leq 2$,则其量子成本需在表 1 计算结果基础之上再增加 1 ^[10],否则需增加 2 ^[3].

3 ESOP 覆盖的输出相容类

对于 n 输入/ m 输出的布尔函数 $F: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^m$, n 个输入变量分别使用 $x_j (0 \leq j \leq n-1)$ 表示, m 个输出变量分别使用 $f_j (0 \leq j \leq m-1)$ 表示. 可以使用立方体集合来表示函数 F 的 ESOP,也称为 ESOP 覆盖. 采用位置标记法的多输出立方体表示为:

$c = [i_c, o_c] = [i_{c,0}, i_{c,1}, \dots, i_{c,n-1}, o_{c,0}, o_{c,1}, \dots, o_{c,m-1}]$
 其中 $i_c = [i_{c,0}, i_{c,1}, \dots, i_{c,n-1}]$ 为立方体的输入部分,对应乘积项 $\pi_c = \prod_{j=0}^{n-1} \tilde{x}_j, i_{c,j} \in \{0,1,-\}$ 对应 $\tilde{x}_j \in \{\bar{x}_j, x_j, -\}$ ($0 \leq j \leq n-1$). $o_c = [o_{c,0}, o_{c,1}, \dots, o_{c,m-1}]$ 为立方体的输出部分, $o_{c,j} \in \{0,1\}$ ($0 \leq j \leq m-1$), 如果 $o_{c,j} = 1$ 则函数输出 f_j 包含乘积项 π_c .

定义 1 对于立方体 c , 如果 $o_{c,j} = 1$, 则称 c 包含函数输出 f_j , 立方体 c 包含的函数输出数 $|o_c| = \sum_{j=0}^{m-1} (1 |o_{c,j} = 1)$. π_c 在立方体 c 包含的函数输出之间共享.

定义 2 对于立方体 a 和 b , $o_a \wedge o_b = [o_{a,0} \wedge o_{b,0}, \dots, o_{a,m-1} \wedge o_{b,m-1}]$, 其中“ \wedge ”表示逻辑与运算.

定义 3 对于立方体 a 和 b , 如果 $o_a \wedge o_b \neq \Phi$, 即 $\exists j (0 \leq j \leq m-1)$ 有 $o_{a,j} \wedge o_{b,j} = 1$, 则称 a 和 b 输出相容; 如果 $o_a = o_b$, 即 $\forall j$ 有 $o_{a,j} = o_{b,j}$, 则称 a 和 b 输出等价.

定义 4 可按输出相容关系对 ESOP 立方体集合 C 进行划分, 将 C 划分为若干个输出相容类. 输出相容类 P 是一个立方体集合, 即 $P = \{c_k | 0 \leq k \leq |P|-1\}$, $|P|$ 表示集合 P 中的立方体数. 对于任意 $c_j, c_k \in P$, 有 c_j

与 c_k 输出相容.

输出等价类是一种特殊的输出相容类, 使用 Q 表示输出等价类以示区别, Q 也是立方体的集合. 一个输出相容类由若干输出等价类构成, 记作 $P = \{Q_k | 0 \leq k \leq r-1\}$, r 为 P 中输出等价类的数量.

定义 5 对于一个输出相容类 $P = \{c_k | 0 \leq k \leq |P|-1\}$, 假设 $S_P = [S_{P,0}, \dots, S_{P,m-1}] = \bigwedge_{k=0}^{|P|-1} o_{c_k}$, 其中 $S_{P,j} = \bigwedge_{k=0}^{|P|-1} o_{c_k,j} (0 \leq j \leq m-1)$, 将 S_P 称为 P 的特征值. 如果 $S_{P,j} = 1$, 则称 S_P 包含 f_j . S_P 包含的函数输出数为 $|S_P| = \sum_{j=0}^{m-1} (1 |S_{P,j} = 1)$, 也称为 S_P 的长度.

定义 6 对于立方体 c , 如果 $i_{c,j} \neq -$, 则 x_j 为实现 π_c 的 MPMCT 门的一个控制, $i_{c,j} = 1$ 时为正极性控制, $i_{c,j} = 0$ 时为负极性控制. 立方体 c 的文字数 $|i_c| = \sum_{j=0}^{n-1} (1 |i_{c,j} \neq -)$, 如果 $|i_c| = 0$, 则 π_c 对应常量乘积项 1 , 此时称 c 为常量立方体. 立方体 c 可以综合为控制线数为 $|i_c|$ 的 MPMCT 门, 因此 c 的量子成本 $Q(c)$ 按表 1 计算.

为便于描述, 也为区分待综合函数 F 的输入/输出以及综合所得可逆电路的输入/输出, 给出以下定义.

定义 7 对于 n 输入/ m 输出的待综合函数 F , 基于 ESOP 的可逆电路综合方法将之综合为一个有 $n+m$ 条线的可逆电路^[11], 其中 n 条线用来保存函数输入变量的状态, 称作输入变量线或 x 线, 另外 m 条线保存函数输出变量的状态, 称作输出变量线或 f 线. 保存 $x_j (0 \leq j \leq n-1)$ 的状态的线称为 x_j 线, 保存 $f_j (0 \leq j \leq m-1)$ 的状态的线称为 f_j 线.

根据定义 7, 对于立方体 c 和乘积项 π_c , 如果 $i_{c,j} \neq -$, 那么 c 和 π_c 包含 x_j 线. 如果 $o_{c,j} = 1$, 则 c 包含 f_j 线. 对于输出相容类 P , 如果 $S_{P,j} = 1$, 则 S_P 包含 f_j 线.

输出相容类 P 中的乘积项均在 S_P 包含的函数输出之间共享, 因此可以根据 S_P 进行 P 中立方体的综合, 先将 P 中的乘积项综合为目标线为 S_P 包含的第一条 f 线的 MPMCT 门, 然后使用 CNOT 门将结果转移到 S_P 包含的其他 f 线, 从而实现 MPMCT 门在多条 f 线间的共享, 降低可逆电路的量子成本.

例 1 已知一个输出相容类 $P = \{Q_1, Q_2\}$, $Q_1 = \{a\}$, $Q_2 = \{b\}$, $a = [101 \ 111]$, $b = [011 \ 110]$, P 的特征值 $S_P = [110]$, 乘积项 $\pi_a = x_0 \bar{x}_1 x_2$ 和 $\pi_b = \bar{x}_0 x_1 x_2$ 均在 f_0 和 f_1 之间共享. 根据定义 6 和表 1 可知 $Q(a) = Q(b) = 13$. 如不考虑乘积项在多个函数输出间的共享而直接综合, 结果如图 2(a) 所示, 该电路共有 6 条线, 其中 3 条线为 x 线, 分别在左侧以 x_0, x_1 和 x_2 标识, 另外 3 条线为 f 线, 分别在右侧以 f_0, f_1 和 f_2 标识, 该电路

的量子成本为 65.

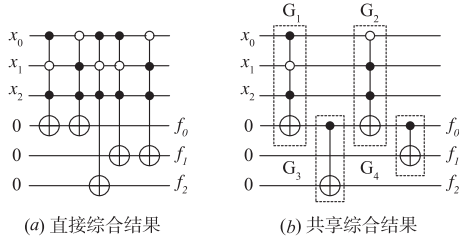


图2 输出相容类 P 综合举例

如果根据 S_p 进行综合,依次综合等价类 Q_1 和 Q_2 , 分别将 π_a 和 π_b 综合为目标线为 f_0 线的 MPMCT 门,如图 2(b) 中的门 G_1 和门 G_2 所示. 由于 π_a 除被 f_0 和 f_1 共享外还属于 f_2 , 但 S_p 不包含 f_2 , 因此在综合 π_b 之前需先使用 CNOT 门将 f_0 线上门 G_1 的计算结果转移至 f_2 线,如图 2(b) 中的门 G_3 所示. 函数输出 f_0 和 f_1 包含的乘积项完全相同,因此使用门 G_2 综合 π_b 后,再使用 CNOT 门将 f_0 线上的结果转移到 f_1 线,如图 2(b) 中的门 G_4 所示. 图 2(b) 所示的综合方法实现了门 G_1 和 G_2 在 f_0 线和 f_1 线之间的共享,同时实现了门 G_1 在 f_0 线和 f_2 线间的共享. 图 2(b) 所示电路的量子成本为 28, 与图 2(a) 相比,量子成本减少了 37.

定义 8 对于输出相容类 $P = \{c_k \mid 0 \leq k \leq |P| - 1\}$, 将 $W_p = |S_p| \times \sum_{k=0}^{|P|-1} Q(c_k)$ 称为 P 的权重. 由于为 P 赋予了权重,因此也称 P 为加权输出相容类, P 的大小由其权重确定.

定义 9 对于 2 个输出相容类 P_1 与 P_2 , 其特征值分别为 S_{P_1} 和 S_{P_2} , $S_{P_1} \wedge S_{P_2} = [S_{P_1,0} \wedge S_{P_2,0}, \dots, S_{P_1,m-1} \wedge S_{P_2,m-1}]$. 如果 $\forall j (0 \leq j \leq m-1)$ 有 $S_{P_1,j} \wedge S_{P_2,j} = 0$, 则 $S_{P_1} \wedge S_{P_2} = \Phi$; 如果 $\exists j, S_{P_1,j} \wedge S_{P_2,j} = 1$, 则称 P_1 与 P_2 相容.

为描述简便,下文中也将在输出相容类和输出等价类分别简称为相容类和等价类.

4 基于最大加权相容类的可逆电路综合

由于相容类划分问题是 NP 难问题^[19], 因此本文先进行等价类划分,再采用贪心策略计算最大加权相容类,然后对最大加权相容类进行综合,目的是通过在尽可能多的输出变量线之间共享具有相对较高量子成本的 MPMCT 门以及可逆子电路来降低可逆电路的量子成本.

4.1 基于 ZMODD 的输出等价类划分

零抑制决策图 (Zero-suppressed Decision Diagram, ZDD) 可以用来表示立方体集合^[20]. 本文采用 ZDD 的一种扩展形式 ZMODD 来表示多输出立方体集合,以更好地体现乘积项在多个函数输出之间的共享.

ZMODD 将多输出立方体 c 视为一个整体进行表

示,对输入部分 i_c , 如果 $i_{c,j} = 1$ 则将 $i_{c,j}$ 映射为 ZMODD 输入变量 x_j , 如果 $i_{c,j} = 0$ 则将 $i_{c,j}$ 映射为 ZMODD 输入变量 \bar{x}_j , $i_{c,j} = -$ 时不进行映射; 对输出部分 o_c , 如果 $o_{c,j} = 1$ 将其映射为 ZMODD 输出变量 f_j , $o_{c,j} = 0$ 时不进行映射. ZMODD 有 2 个终端结点: 0 终端结点 $V_{i,0}$ 与 1 终端结点 $V_{i,1}$, 并采用与 ZDD 相同的化简规则. 除终端结点外, 每个结点均与 ZMODD 变量相对应, 并且有 2 个分支: 1 分支和 0 分支, 1 分支表示该 ZMODD 变量出现在立方体中, 而 0 分支则表示该 ZMODD 变量不出现在立方体中.

为进行等价类划分,在构建 ZMODD 时,将 ZMODD 输出变量统一放在 ZMODD 的顶部,而 ZMODD 输入变量则位于 ZMODD 的底部,并且输入变量和输出变量的位置不会出现交叠. ZMODD 仅有一个根节点,从根结点到 $V_{i,1}$ 的一条路径对应一个多输出立方体.

为便于描述使用 ZMODD 进行 ESOP 立方体集合 C 的等价类划分,先给出几个定义.

定义 10 ZMODD 是一个有向无环图 $G = \{V, \{V_{i,0}, V_{i,1}\}, E, Z\}$, $V = \{V_k \mid 0 \leq k \leq |V| - 1\}$ 表示非终端结点集合, E 表示边 $E = (V_i, V_k)$ 的集合, $V_i, V_k \in V, i \neq k$; Z 表示边 $E = (V_i, V_{i,j})$ 的集合, $V_i \in V, V_{i,j} \in \{V_{i,0}, V_{i,1}\}$.

定义 11 G 的一个割 E_c 是边的集合,将 V 划分为 V_1 和 $V_2, V_1 \cup V_2 = V, V_1 \cap V_2 = \Phi, V_1$ 仅包含 ZMODD 输出变量对应的结点, V_2 仅包含 ZMODD 输入变量对应的结点; V_1 以及位于 E_c 与根结点间的边构成子图 G_1 , V_2 以及位于 E_c 与 $\{V_{i,0}, V_{i,1}\}$ 之间的边构成子图 G_2 .

定义 12 对于 $E \in E_c, E = (V_i, V_j), V_i \in V_1, V_j \in V_2$, 如果存在一条由 G 的根结点到 $V_{i,1}$ 的路径包含 E , 则称 E 为 G_1 的叶边, G_1 叶边的集合记作 L .

根据以上定义,再由 ZMODD 合并同构子图的化简规则可知,集合 L 中叶边的数量 $|L|$ 即为多输出立方体集合 C 的等价类数量,因此可以根据 L 进行 C 的等价类划分: 由根结点到叶边 $E_k \in L$ 的路径构成了 C 的一个等价类 Q_k 的特征值 S_{Q_k} , 所有由根节点经由 E_k 至 $V_{i,1}$ 的路径则构成了等价类 Q_k .

假设 ESOP 覆盖被划分为 $q = |L|$ 个等价类,按权重降序排序后,等价类的顺序为 $\{Q_0, \dots, Q_j, \dots, Q_{q-1}\}$, Q_0 是最大加权等价类.

4.2 最大加权相容类的计算

得到 ESOP 覆盖的等价类后,采用贪心策略计算最大加权相容类. 已知 Q_0 是最大加权等价类,因此将 $P_0 = \{Q_0\}$ 作为初始最大加权相容类. 如果 $|S_{Q_0}| = 1$, 则 $P_0 = \{Q_0\}$ 就是最大加权相容类. 否则,按照 Q_1 至 Q_{q-1} 的顺序依次执行如下操作:

如果 $Q_j (1 \leq j \leq q-1)$ 与 P_0 相容且 $|S_{Q_j}| > 1$, 则 P_1

$= P_0 \cup \{Q_j\}$, 并计算 $S_{P_i} = S_{P_0} \wedge S_{Q_j}$ 及权重 W_{P_i} ; 如果 $W_{P_i} > W_{P_0}$, 则 $P_0 = P_i, S_{P_0} = S_{P_i}$, 否则 P_0 不变.

最终的 P_0 即为最大加权相容类, 未合并到 P_0 的等价类构成剩余等价类集合 Q .

4.3 最大加权相容类的综合

已知 P_0 为最大加权相容类, 假设 $P_0 = \{Q_k | 0 \leq k \leq r-1\}$. 根据 S_{P_0} 按类似图 2(b) 所示方式依次综合 P_0 中的等价类, 在综合过程中可采取以下几种策略.

4.3.1 临时辅助线

在综合 P_0 中的等价类 Q_k 时, 可先将 Q_k 中的乘积项综合到某一条临时辅助线, 然后再将该线上的结果转移至 S_{Q_k} 包含的 f 线.

在综合过程中, 如果一条 f 线的值暂时为常量 0, 则可将该 f 线用作临时辅助线来综合 Q_k , 例如图 2(b) 中, 在门 G_3 之前 f_1 和 f_2 线上的值维持常量 0, 在门 G_4 之前 f_1 线上的值维持常量 0. 现假设 f_1 线的值暂时为常量 0. 如果 S_{Q_k} 包含 f_1 , 则按照图 2(b) 所示方式综合. 否则, 可先将 Q_k 中的乘积项综合为目标线为 f_1 线的 MPMCT 门, 假设所得子电路为 C_k ; 然后使用 CNOT 门将 f_1 线上的结果转移至 S_{Q_k} 包含的 f 线; 最后再使用 C_k 恢复 f_1 线上的值.

除此之外, x 线也可用作临时辅助线来综合 Q_k . 假设 Q_k 不包含输入变量 x_i , 即 Q_k 中的立方体均不包含 x_i , 那么可以将 x_i 线用作临时辅助线. 为保证逻辑正确性, 先使用 CNOT 门将 x_i 线上的值转移至 S_{Q_k} 包含的 f 线, 然后再将 Q_k 中的乘积项综合为目标线为 x_i 线的 MPMCT 门, 这些 MPMCT 门构成子电路 C_k ; 紧接着使用 CNOT 门将 x_i 线上的结果转移至 S_{Q_k} 包含的 f 线; 最后使用 C_k 恢复 x_i 线上的值. 将 f 线和 x 线用作临时辅助线利用了可逆电路中的线具有时序语义^[10]的特性.

例 2 已知一个待综合函数 F , 其 $n=4, m=3$, 假设 Q_k 不包含输入变量 x_3 , S_{Q_k} 包含 $f_0 \sim f_2$, 可以使用 x_3 线作为临时辅助线来综合 Q_k , 如图 3 所示.

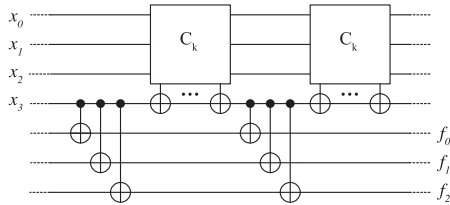


图3 x_3 线作为临时辅助线

由于临时辅助线上的值需要恢复, 因此只有在能够降低量子成本的情况下才使用 x 线作为临时辅助线来综合 Q_k . 很显然只有当满足 $2 \times |S_{Q_k}| + 2 \times \frac{W_{Q_k}}{|S_{Q_k}|} <$

W_{Q_k} 的条件时, 使用 x 线作为临时辅助线综合 Q_k 才能够降低量子成本.

在综合等价类 Q_k 时, 如果没有临时辅助线可用, 则需采用类似图 2(a) 所示方式, 将 Q_k 中的乘积项综合为目标线为 S_{Q_k} 包含的 f 线的 MPMCT 门.

4.3.2 立方体聚类

为提取等价类中立方体间的公因子, 本文采用贪心策略根据是否存在输入部分的结构相似性对等价类中的立方体进行聚类. 在处理等价类中的一个立方体 a 时, 如果当前聚类 D 为空, 则直接将 a 加入 D ; 否则判断 a 和 D 中的立方体间是否存在公因子. 如果 a 和 D 中的立方体间不存在公因子, 或者尽管存在公因子但公因子的文字数小于 2, 则将 a 加入新建聚类, 并将该聚类作为当前聚类 D ; 否则做进一步判断. 此时, 如果 D 中仅有一个立方体或者 a 的加入不会改变聚类 D 已有公因子的大小, 则将 a 加入 D , 否则判断将 a 加入 D 是否能够降低量子成本, 下面对该判断标准进行说明.

为便于描述, 使用立方体 b 表示 $D = \{c_k | 0 \leq k \leq |D| - 1\}$ 中立方体间的公因子, 其中 $|D|$ 表示 D 中的立方体数量. 将 a 加入 D 后, 聚类变为 $D_i = \{c_k | 0 \leq k \leq |D_i| - 1\}$, 公因子变为立方体 b_i , 此时 $|i_{b_i}| < |i_b|$, $|D_i| = |D| + 1$. 定义以下成本估算公式:

$$S(D) = \sum_{k=0}^{|D|-1} Q(c_k) - (2 \times Q(b) + \sum_{k=0}^{|D_i|-1} \text{cost}(|i_{c_k}| - |i_b| + 1, M))$$

其中 $M = n + m$ 为可逆电路中的线数, $\text{cost}(|i_{c_k}| - |i_b| + 1, M)$ 表示将 $|i_{c_k}| - |i_b| + 1$ 作为 MPMCT 门的控制线数根据表 1 计算量子成本.

如果 $S(D_i) > S(D)$, 说明将 a 加入 D 能够降低量子成本, 那么 $D = D_i, b = b_i$, 否则将 a 加入新建聚类, 并将该聚类作为当前聚类 D .

将等价类中的立方体进行聚类后, 综合最大相容类时, 要依次综合相容类中的等价类, 并依次综合等价类中的聚类. 在综合聚类 D 时, 如果有值暂时为常量 0 的 f 线 (假设为 f_i 线) 可用作临时辅助线, 则对 D 中的立方体 c_k 实施 $i_b \diamond i_{c_k}$ 运算, “ \diamond ” 表示如果 $i_{b,j} \neq -$, 则 $i_{c_k,j} = -$, 否则 $i_{c_k,j}$ 维持不变. 然后先将乘积项 π_b 综合为目标线为 f_i 线的 MPMCT 门, 再依次综合聚类 D 中的乘积项 π_{c_k} , 综合完聚类 D 后再次将 π_b 综合为目标线为 f_i 线的 MPMCT 门, 以恢复 f_i 线上的值.

在综合实施 $i_b \diamond i_{c_k}$ 运算后的 π_{c_k} 时, 还需将 f_i 线作为控制线, 这也是为何在 $S(D)$ 的 $\text{cost}(|i_{c_k}| - |i_b| + 1, M)$ 中, $|i_{c_k}| - |i_b|$ 加 1 的原因. $S(D)$ 中的 c_k 是实施 $i_b \diamond i_{c_k}$ 运算前的 c_k .

如果没有值暂时为常量 0 的 f 线, 则不执行 $i_b \diamond i_{c_k}$ 运

算,这种情况下需采用类似图 2(b)所示的方式进行聚类 D 中立方体的综合。

为能够较好地提取等价类中立方体间的公因子,在聚类之前,根据立方体的输入部分 i_c 对等价类中的立方体按照降序排序,排序的依据是 $i_{c,j}$ 的取值,其大小顺序为 $- > 1 > 0$ 。

4.3.3 立方体分解

对于文字数较多的立方体和公因子,可将其分解为 2 个立方体后再分别进行综合。对立方体进行分解综合需满足 2 个条件:一是有临时辅助线可以使用,二是立方体的分解能够降低量子成本。

在有临时辅助线可用的情况下,需考虑立方体的最优分解问题。为不失一般性,现以立方体 a 为例来说明最优分解的思想,假设立方体 a 将被分解为 a_1 和 a_2 。

采用枚举法, a_1 的文字数从 1 开始(即 a_1 从 a 中取一个文字, a_2 从 a 中取其其余 $|i_a| - 1$ 个文字),直至 $|i_a| - 1$ 结束。对于每一个分解,估算综合分解后的 2 个立方体所需的量子成本 Q_d ,选取量子成本最小的分解,得到立方体 a_1 和 a_2 。假设最小量子成本为 Q_0 ,如果 $Q_0 < |o_a| \times Q(a)$,则综合 a_1 和 a_2 ,否则直接综合 a 。

由于采用 x 线作为临时辅助线与采用值暂时为常量 0 的 f 线作为临时辅助线,立方体分解综合有所不同, Q_d 的计算也不同,因此下面分两种情况加以说明。

(1) 值暂时为常量 0 的 f 线作为临时辅助线

假设 f_i 线可作为临时辅助线,先将 π_{a_i} 综合为目标线为 f_i 线的 MPMCT 门,然后将 π_{a_i} 综合为目标线为 a 包含的 f 线的 MPMCT 门,最后再将 π_{a_i} 综合为目标线为 f_i 线的 MPMCT 门,以恢复 f_i 线上的值。因此:

$$Q_d = 2 \times \text{cost}(|i_{a_i}|, M) + |o_a| \times \text{cost}(|i_{a_i}| + 1, M)$$

$\text{cost}(|i_{a_i}| + 1, M)$ 中 $|i_{a_i}|$ 加 1 的原因是在综合 π_{a_i} 时还需将 f_i 线作为控制线。

(2) x 线作为临时辅助线

为不失一般性,假设 a 不包含 x_j ,可将 x_j 线用作临时辅助线。为保证逻辑的正确性,先将 π_{a_i} 综合为目标线为 a 包含的 f 线的 MPMCT 门,然后将 π_{a_i} 综合为目标线为 x_j 线的 MPMCT 门,紧接着再将 π_{a_i} 综合为目标线为 a 包含的 f 线的 MPMCT 门,最后再次将 π_{a_i} 综合为目标线为 x_j 线的 MPMCT 门,以恢复 x_j 线上的值。此时:

$$Q_d = 2 \times [\text{cost}(|i_{a_i}|, M) + |o_a| \times \text{cost}(|i_{a_i}| + 1, M)].$$

类似地, $\text{cost}(|i_{a_i}| + 1, M)$ 中 $|i_{a_i}|$ 加 1 的原因是在综合 π_{a_i} 时还需将 x_j 线作为控制线。

由表 1 可知,当 $|i_a| \geq 4$ 时,对立方体 a 进行分解综合才有降低量子成本的可能。

4.4 基于最大加权相容类的可逆电路综合算法

基于最大加权输出相容类的可逆电路综合方法先使用 ZMODD 进行 ESOP 覆盖的等价类划分,再计算最

大加权相容类 P_0 ,然后综合最大相容类 P_0 ,并迭代此过程,下面给出其算法描述。

算法 1 可逆电路综合算法

-
- Step1 读取 ESOP 函数的 PLA 网表,得到 ESOP 覆盖;
 Step2 为电路综合准备 $n + m$ 条线,并将 m 条 f 线的初始值置为常量 0;
 Step3 提取出 ESOP 覆盖中的常量立方体;
 Step4 由 ESOP 覆盖构建 ZMODD,进行等价类划分,并根据权重将等价类按降序排序,将 Q_0 作为初始最大加权相容类 P_0 ;
 Step5 计算最大加权相容类 P_0 ,得到剩余等价类集合 Q ;
 Step6 按节 4.3 所述方法对 P_0 进行综合,级联综合所得可逆逻辑门,构建可逆电路;
 Step7 如果集合 Q 为空则转 Step8;否则将 Q 中的第一个等价类作为初始最大加权相容类 P_0 ,并转 Step5;
 Step8 如果 Step3 中存在常量立方体,则在包含常量乘积项的 f 线增加一个 NOT 门;
 Step9 计算综合所得可逆电路的量子成本,算法结束。
-

5 实验及结果分析

用于等价类划分的 ZMODD 基于 Mishchenko 的 EXTRA 库^[21]实现,算法 1 采用 C 语言实现,在 Linux 下使用 gcc 编译器编译。使用 RevLib^[16]函数在配置为 Intel Core i3-2350M CPU 6GB RAM 的个人计算机上对算法 1 进行了验证,并与 RevKit2.0^[17]中的 ESOP 可逆电路综合方法(RevKit_ESOP)以及其他基于 ESOP 的可逆电路综合方法的结果进行比较。算法 1 和 RevKit_ESOP 所需 PLA 格式的 ESOP 网表则由 EXORCISM-4 工具^[22]得到,RevKit_ESOP 也采用了本文的 MPMCT 门的量子成本计算模型。

RevLib 函数中有可逆函数也有不可逆函数,只有 $m \geq 2$ 的函数,其乘积项才有可能在多个函数输出之间共享。因此分别使用 RevKit_ESOP 和算法 1 对一组 $m \geq 2$ 的 RevLib 函数进行可逆电路综合,结果如表 2 所示。其中 n 和 m 分别表示待综合函数 F 的输入数和输出数,“QC”表示量子成本,“改进”表示相对于 RevKit_ESOP 的结果,算法 1 结果的“QC”减少的百分比。“时间”的单位是秒,时间“0.00”表示所需时间小于 0.01 秒。

对于表 2 中的这些函数,相对于 RevKit_ESOP,算法 1 结果的量子成本均有不同程度的降低。量子成本减少的原因主要有 2 个方面:(1)算法 1 对乘积项在多个函数输出之间共享因素的挖掘,(2)立方体聚类和立方体分解综合的运用。尽管 cm85a_127 和 frg1_160 没有非常量乘积项在多个函数输出之间共享,但立方体聚类与立方体分解综合降低了可逆电路的量子成本。对于 url4_89 和 url6_77,尽管存在着乘积项在多个函数输出之间的共享因素,但由于在综合过程中能够借助的临时辅助线较少,因此算法 1 结果的量子成本降低较少;

对于 e64_149, 尽管其 $m = 65$, 但由于仅有 10 个乘积项分别被 10 个函数输出对共享, 即每个乘积项都是被不同的 2 个函数输出所共享, 特征值长度大于 1 的等价类较少, 并且其中的立方体也较少, 因此相对于 RevKit_

ESOP, 算法 1 结果的量子成本降低也较少. 从表 2 最后一行的平均角度看, 对于这些函数, 相对于 RevKit_ ESOP, 算法 1 将量子成本降低了 44.70%, 这验证了算法 1 的有效性.

表 2 与 RevKit_ESOP 算法结果比较

函数	n	m	RevKit_ESOP		算法 1		改进 (%)
			QC	时间/s	QC	时间/s	
alu4_98	14	8	47849	0.63	33464	0.03	30.06
apex5_104	117	88	50249	3.72	31823	0.26	36.67
cm163a_133	16	13	868	0.00	515	0.00	40.67
cm85a_127	11	3	2206	0.01	1606	0.00	27.20
cmb_134	16	4	900	0.00	379	0.00	57.89
cordic_138	23	2	348610	1.99	98431	0.02	71.76
cps_140	24	109	152559	0.34	26707	0.17	82.49
cu_141	14	11	1234	0.02	669	0.00	45.79
e64_149	65	65	26888	0.07	24332	0.09	9.51
example2_156	10	6	4692	0.02	3078	0.00	34.40
f51m_159	14	8	32391	0.37	20538	0.00	36.59
frgl_160	28	3	14733	0.06	9394	0.01	36.24
frg2_161	143	139	200855	31.39	87990	5.05	56.19
ham15_30	15	15	885	0.00	365	0.00	58.76
hwb9_65	9	9	63954	0.75	47980	0.00	24.98
in0_162	15	11	21981	0.04	13761	0.01	37.40
misex3_180	14	14	114795	1.08	61494	0.01	46.43
pdc_191	16	40	99476	0.64	34258	0.02	65.56
seq_201	41	35	259540	0.53	39871	0.06	84.64
table3_209	14	14	86234	0.14	41978	0.00	51.32
tial_214	14	8	50228	0.70	34011	0.01	32.29
urf4_89	11	11	391751	25.27	377130	0.21	3.73
urf6_77	15	15	283823	0.30	258282	0.01	9.00
平均			98117.43	2.96	54263.30	0.26	44.70

从时间角度看, 对于绝大部分函数, 算法 1 能够在很短的时间内完成, 只有 1 个函数的时间超过了 1 秒, 而 RevKit_ESOP 有 5 个函数的时间超过了 1 秒, 并且对于绝大多数函数, 算法 1 所花费的时间均低于 RevKit_ESOP. 可见, 借助 ZMODD 进行等价类划分, 采用贪心策略计算最大加权相容类, 并采用贪心策略对等价类中的立方体进行聚类, 使得算法 1

具有较高的时间效率. 这进一步验证了算法 1 的有效性.

文献[15]通过挖掘乘积项在函数输出变量对之间的共享因素来降低由 ESOP 综合所得可逆电路的量子成本. 使用算法 1 对文献[15]中一组 $m \geq 2$ 的 RevLib 函数进行可逆电路综合, 并与该文结果进行比较, 如表 3 所示.

表 3 与文献[15]结果比较

函数	n	m	QC		改进(%)
			文献[15]	算法 1	
3_17_6	3	3	39	30	23.08
4_49_7	4	4	143	123	13.99
4mod7_26	4	3	147	94	36.05
add6_92	12	7	5518	3748	32.08
alu1_94	12	8	198	205	-3.54
C7552_119	5	16	1535	552	64.04
cordic_138	23	2	187582	98431	47.53
cycle10_2_61	12	12	1788	926	48.21
dc1_142	4	7	244	173	29.10
decod24_10	2	4	19	14	26.32
dk27_146	9	9	245	184	24.90
f2_158	4	4	210	135	35.71
misex1_178	8	7	714	452	36.69
mod5adder_66	6	6	477	337	29.35
pcler8_190	16	5	319	303	5.02
plus127mod8192	13	13	1462	756	48.29
plus63mod4096	12	12	956	632	33.89
plus63mod8192	13	13	1356	773	42.99
rd53_68	5	3	246	226	8.13
rd73_69	7	3	1120	651	41.88
rd84_70	8	4	3554	1536	56.78
sqrt8_205	8	4	568	367	35.39
squar5_206	5	8	350	243	30.57
wim_220	4	7	206	168	18.45
z4_224	7	4	551	400	27.40
平均			8381.88	4458.36	46.81

在表 3 这些函数中, alu1_94 只有 1 个常量乘积项被多个函数输出共享, 并且立方体的文字数均小于 4, 立方体间也不存在公因子, 算法 1 结果的量子成本高于文献[15]结果的主要原因是 2 种方法对常量乘积项的处理方式有所不同, 文献[15]将包含常量乘积项的 f 线的初始值设置为常量 1, 而算法 1 则是将所有非常量立方体综合完后, 在包含常量乘积项的 f 线上增加一个 NOT 门. 对于其他函数, 相对于文献[15]方法, 算法 1 能够降低由 ESOP 综合所得可逆电路的量子成本, 最小降低了 5.02% (pcler8_190), 最大降低了 64.04% (C7552_119). 函数 pcler8_190 的 ESOP 有 1 个常量立方体和 13 个非常量立方体, 仅有 1 个非常量乘积项被 f_2 和 f_3 共享, 因此相对于文献[15]结果, 算法 1 量子成本降低较少, 算法 1 量子成本的降低是由于立方体聚类 and 立方体分解综合的运用所导致; 尽管函数 cordic_

138 的 $m=2$, 乘积项最多在 2 个函数输出间共享, 但算法 1 将量子成本减少了 47.53%, 经进一步分析, 如果不对等价类中的立方体进行聚类提取公因子, 也不采用立方体分解综合, 与文献[15]结果相比, 最大加权相容类策略能够帮助算法 1 将综合 cordic_138 所得可逆电路的量子成本减少 6.95%, 可见, 立方体聚类和立方体分解综合的运用使算法 1 进一步降低了综合 cordic_138 所得可逆电路的量子成本. 对于表 3 中的这些函数, 从平均角度看, 相对于文献[15]结果, 算法 1 将可逆电路的量子成本降低了 46.81%. 这得益于 2 个方面: (1) 最大加权相容类策略能够挖掘乘积项在更多函数输出之间的共享因素; (2) 立方体聚类和立方体分解综合的运用.

文献[13]面向综合前优化进行研究, 通过对函数进行变形并适当插入 MPMCT 门来获得具有较低量子成本的 ESOP. 使用算法 1 对文献[13]中的函数进行了可逆电路综合, 结果如表 4 所示.

表 4 与文献[13]结果比较

函数	n	m	QC	
			文献[13]	算法 1
4_49_7	4	4	203	123
4mod7_26	4	3	113	94
9symml	9	1	1563	7535
alu2	10	6	10504	3078
alu4	14	8	383312	33464
apex6	135	99	3068226	15335
b1	3	4	15	34
cm82a	5	3	122	129
cordic	23	2	20286205	98431
hwb4_12	4	4	182	73
rd32_19	3	2	21	24
rd53_68	5	3	198	226
rd73_69	7	3	998	651
rd84_70	8	4	2263	1536
seq_201	41	35	97757257	39871
sym6_63	6	1	347	481
sym9_71	9	1	4727	7535
too_large	38	3	352671037810	308845
ttt2	24	21	56447	2141
urf5_76	9	9	34914	8751
urf6_77	15	15	23905443	258282
vda	17	39	287785	6479
x2	10	7	757	370
z4ml	7	4	513	400

由表4可以看出,对某些函数,2种方法的结果差距较大,特别是其ESOP立方体的文字数较多的函数,如apex6和too_large等,这应该是2种方法所采用的MPMCT门的量子成本计算模型不同所导致,因此不宜直接进行比较.文献[13]仅与一种方法的结果进行了比较,该方法使用文献[11]方法基于MPMCT门库进行可逆电路综合,其所需ESOP也是由EXORCISM-4工具得到,从平均角度看,对表4中的这些函数,相对于文献[11]方法,文献[13]方法使量子成本降低了12.37%.为与文献[13]进行比较,采用表1所示的MPMCT门量子成本计算模型,本文也使用文献[11]方法基于MPMCT门库对表4中的这些函数进行了可逆电路综合,从平均角度看,与文献[11]方法相比,算法1将量子成本降低了51.89%.从这个角度来看,算法1的结果要优于文献[13]的结果.

文献[14]通过对ESOP立方体进行变形来减少乘积项的文字数,从而降低可逆电路的量子成本.使用算法1对文献[14]中 $m \geq 2$ 的函数进行了可逆电路综合,结果如表5所示.

表5 与文献[14]结果比较

函数	n	m	QC		改进(%)
			文献[14]	算法1	
5xp1	7	10	807	726	10.04
adr4	8	5	652	528	19.02
alu2	10	6	3679	3078	16.34
alu3	10	8	1919	1728	9.95
alu4	14	8	38635	33464	13.38
apex2	39	3	376757	312012	17.18
apex5	117	88	33803	31823	5.86
apla	10	12	1709	2227	-30.31
bw	5	28	790	831	-5.19
clip	9	5	3218	3215	0.09
cordic	23	2	111955	98431	12.08
cu	14	11	780	669	14.23
dc2	8	7	1099	1151	-4.73
dk17	10	11	1013	1104	-8.98
duke2	22	29	6165	8633	-40.03
e64	65	65	24345	24332	0.05
f51m	14	8	25119	20538	18.24
frg2	143	139	114239	87990	22.98
misex1	8	7	352	452	-28.41
misex3	14	14	54132	61494	-13.60
rd84	8	4	1965	1536	21.83
root	8	5	1583	2294	-44.91
spla	16	46	45478	39616	12.89
table3	14	14	32286	41978	-30.02
table5	17	15	28139	27151	3.51
vg2	25	8	17830	12061	32.36
平均			35709.58	31502.38	11.78

文献[14]在由EXORCISM-4工具所得初始ESOP

覆盖的基础之上,通过立方体变形减少立方体的文字数,目的是降低乘积项映射所得MPMCT门的量子成本,然后再进行综合,其结果依赖于初始ESOP覆盖是否存在进一步优化的空间.对于表5中的某些函数,如root、duke2、apla等,这些函数的初始ESOP覆盖存在着较大的进一步优化的空间,因此文献[14]的结果要优于算法1的结果,而对于那些初始ESOP覆盖的进一步优化空间较小的函数,算法1的结果则优于文献[14]的结果.但从平均角度来看,对于表5中的这些函数,相对于文献[14],算法1将可逆电路的量子成本降低了11.78%.

综上所述,对于 $m \geq 2$ 的函数,最大加权相容类方法能够更好地挖掘乘积项在多个函数输出之间的共享因素,再加上立方体聚类 and 立方体分解综合的运用,使得本文方法能够降低由ESOP综合所得可逆电路的量子成本.本文方法有较高的时间效率,能够较处理好较大规模的函数.

6 结 语

基于ESOP表示模型进行可逆电路综合,对于 n 输入/ m 输出的多输出函数,在使用 $n+m$ 条线构建可逆电路时,充分挖掘乘积项在多个函数输出之间的共享因素,以使MPMCT门以及可逆子电路在更多的输出变量线之间共享,对降低综合所得可逆电路的量子成本非常重要.本文提出了基于最大加权输出相容类的可逆电路综合方法.由于ESOP覆盖的各个输出相容类之间非常可能存在着相交,使得进行ESOP覆盖的输出相容类划分非常困难.因此本文并没有直接进行ESOP覆盖的输出相容类划分,而是先借助ZMODD进行输出等价类划分,在对等价类按权重降序排序后,采用贪心策略计算最大加权输出相容类,同时采用贪心策略对等价类中的立方体进行聚类,在综合过程中借助临时辅助线综合聚类所提取的公因子,并采用立方体分解综合策略.实验结果表明,所提出方法能够很好地挖掘乘积项在多个函数输出之间的共享因素,能够降低由ESOP综合所得可逆电路的量子成本,并且能够较处理好较大规模的函数.

参考文献

- [1] Bennett C H. Logical reversibility of computation[J]. IBM Journal of Research and Development, 1973, 17(6): 525-532.
- [2] Nielsen M A, Chuang I L. Quantum Computation and Quantum Information [M]. 10th anniversary edition. New York: Cambridge University Press, 2010.
- [3] Abdessaied N, Drechsler R. Reversible and Quantum Cir-

- cuits: Optimization and Complexity Analysis [M]. Bremen: Springer Press, 2016.
- [4] Yang G, Xie F, Hung W N N, et al. Realization and synthesis of reversible functions [J]. Theoretical Computer Science, 2011, 412(17): 1606 – 1613.
- [5] 陈汉武, 李文骞, 阮越, 等. 基于汉明距离递减变换的可逆逻辑综合算法 [J]. 计算机学报, 2014, 37(8): 1839 – 1845.
Chen Hanwu, Li Wenqian, Ruan Yue, et al. A synthesis algorithm of reversible logic circuit based on the decreasing transform of hamming distance [J]. Chinese Journal of Computers, 2014, 37(8): 1839 – 1845. (in Chinese)
- [6] Soeken M, Wille R, Keszocze O, et al. Embedding of large Boolean functions for reversible logic [J]. ACM Journal on Emerging Technologies in Computing Systems, 2015, 12(4): Article 41; 1 – 26.
- [7] Drechsler R, Wille R. Synthesis of reversible circuits using decision diagrams [A]. Proceedings of the International Symposium on Electronic System Design [C]. Kolkata, India: IEEE Press, 2012. 1 – 5.
- [8] Pang Y, Yan Y, Lin J, et al. An efficient method to synthesize reversible logic by using positive Davio decision diagrams [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2014, 33(10): 3107 – 3121.
- [9] 王友仁, 沈先坤, 周影辉. 基于 KFDD 的可逆逻辑电路综合设计方法 [J]. 电子学报, 2014, 42(5): 1025 – 1029.
Wang Youren, Shen Xiankun, Zhou Yinghui. Synthesis design method of reversible logic circuit based on Kronecker functional decision diagram [J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(5): 1025 – 1029. (in Chinese)
- [10] Saeedi M, Markov I L. Synthesis and optimization of reversible circuits—a survey [J]. ACM Computing Surveys, 2013, 45(2): Article 21; 1 – 34.
- [11] Fazel K, Thornton M A, Rice J E. ESOP-based Toffoli gate cascade generation [A]. Proceedings of the IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing [C]. Victoria, BC, Canada: IEEE, 2007. 206 – 209.
- [12] Zulehner A, Wille R. Make it reversible: efficient embedding of non-reversible functions [A]. Proceedings of Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition [C]. Lausanne, Switzerland: IEEE Press, 2017. 458 – 463.
- [13] Adnan N A B, Yamashita S, Mishchenko A. Reduction of quantum cost by making temporary changes to the function [J]. IEICE Transactions on Information & Systems, 2017, E100. D(7): 1393 – 1402.
- [14] Chaki R, Saeed K, Choudhury S, et al. Applied Computation and Security Systems [M]. New Delhi: Springer Press, 2015. 131 – 144.
- [15] Bandyopadhyay C, Parekh S, Rahaman H. A synthesis approach for ESOP-based reversible circuit [A]. Proceedings of the International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics [C]. Jaipur, India: IEEE Press, 2016. 1741 – 1745.
- [16] Wille R, Große D, Teuber L, et al. RevLib: an online resource for reversible functions and reversible circuits [A]. Proceedings of the 38th International Symposium on Multiple-Valued Logic [C]. Dallas, TX, USA: IEEE Press, 2008. 220 – 225.
- [17] Revkit2. 0. Revkit: a toolkit for reversible circuit design [DB/OL]. <http://www.revkit.org/>. 2015-8-9.
- [18] Maslov D. Reversible logic synthesis benchmarks page [DB/OL]. <http://webhome.cs.uvic.ca/~dmaslov/>. 2017-05-15.
- [19] Kao M-Y. Encyclopedia of Algorithms [M]. New York: Springer Press, 2008.
- [20] Minato S-I. Zero-suppressed BDDs and their applications [J]. International Journal on Software Tools for Technology Transfer, 2001, 3(2): 156 – 170.
- [21] Sasao T, Butler J T. Applications of Zero-Suppressed Decision Diagrams [M]. San Rafael: Morgan & Claypool Publishers. 2014. 1 – 34.
- [22] Mishchenko A, Perkowski M. Fast heuristic minimization of exclusive-sums-of-products [A]. Proceedings of Reed-Muller Workshop [C]. Mississippi, USA: IEEE Press, 2001. 241 – 249.

作者简介



卜登立 男, 1975 年出生, 河北定州人. 博士, 副教授, 主要研究领域为电路设计与优化、可逆逻辑综合、量子电路综合、启发式优化算法.
E-mail: bodengli@163.com